Wintersemester 2019/20
Prof. Dr. S. Hougardy
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Einführung in die Diskrete Mathematik
14. Übung

1. Man zeige, dass es *NP*-schwer ist zu entscheiden, ob eine gegebene SATISFIABILITY-Instanz von der Mehrzahl aller Wahrheitsbelegungen der verwendeten Variablen erfüllt wird.

2. Bringe Sie die folgende Formel in konjunktive Normalform (ohne neue Variablen einzufügen):

$$(x_1 \wedge x_2) \vee (x_3 \wedge x_4) .$$

3. Betrachten Sie 3-OCCURRENCE-SAT, d.h. SATISFIABILITY eingeschränkt auf Instanzen, in denen jede Klausel höchstens drei Literale enthält und jede Variable in höchstens drei Klauseln vorkommt. Man beweise, dass dieses Problem *NP*-vollständig ist.

4. Das Clique-Problem (also das Problem, zu entscheiden, ob ein gegebener Graph G eine Clique der Größe k enthält) ist leicht in polynomieller Zeit lösbar, wenn k konstant ist (warum?). Zeigen Sie, dass es aber NP-vollständig bleibt, wenn man es auf k mit $k = O(n^{\frac{1}{t}})$ ein konstantes t einschränkt.

5. Betrachten Sie folgendes Problem: Finde zu einem gegebenen Graph G eine möglichst kleine Menge $X \subseteq V(G)$ mit $X \cup \Gamma(X) = V(G)$. Hier ist $\Gamma(X)$ wieder die Menge der Nachbarn von X. Man zeige, dass es für dieses Problem genau dann einen polynomiellen Algorithmus gibt, wenn $P = NP$ ist.

6. Sei $k \geq 2$ eine Konstante. Beweisen Sie, dass es *NP*-vollständig ist zu entscheiden, ob ein gegebener ungerichteter Graph G einen aufspannenden Baum T enthält, in dem kein Knotengrad größer als k ist.
   Hinweis: Diese Aufgabe lässt sich erst mit dem Wissen aus der Donnerstagsvorlesung auf einfache Art lösen.

Die Lösungen dieses Zettels werden nicht mehr abgegeben.