Wintersemester 2019/20
Prof. Dr. S. Hougardy
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Einführung in die Diskrete Mathematik
1. Übung

1. Zeigen Sie, dass es für jeden einfachen ungerichteten Graph $G = (V, E)$ eine Partition $E = E_1 \dot\cup E_2$ gibt, so dass für jeden Knoten $v \in V$ gilt: $\big|\, |\delta_{(V,E_1)}(v)| - |\delta_{(V,E_2)}(v)| \,\big| \leq 2$. (5 Punkte)

2. Beweisen Sie, dass eine Folge natürlicher Zahlen $d_1, \dots, d_n$ mit $d_1 \geq d_2 \geq \dots \geq d_n$ genau dann die Gradfolge eines einfachen ungerichten Graphen ist (d.h. es gibt einen Graph G mit $V(G) = \{v_1, \dots, v_n\}$ und $|\delta(v_i)| = d_i$ für alle $i \in \{1, \dots, n\}$), wenn $d_2 - 1, d_3 - 1, \dots, d_{d_1+1} - 1, d_{d_1+2}, \dots, d_n$ dies ist. (5 Punkte)

3. An einem Tennisturnier nehmen genau n Spieler teil. Jeder spielt genau einmal gegen jeden anderen. Es gibt keine Unentschieden. Am Ende soll eine Rangliste der Spieler aufgestellt werden, d.h. eine Nummerierung mit $s_1, \dots, s_n$, und zwar so, dass s_i gegen s_{i+1} gewonnen hat für alle $i = 1, \dots, n-1$.

   (a) Man zeige, dass dies immer möglich ist.

   (b) Man finde einen Algorithmus, der die Ergebnisliste als Eingabe bekommt und eine solche Rangliste in $O(n^k)$ Rechenschritten bestimmt, wobei k eine Konstante sei. Wie klein kann k gewählt werden? (5 Punkte)

4. Sei G ein einfacher ungerichteter Graph mit $|E(G)| \geq |V(G)| + 4$. Zeigen Sie, dass G zwei kantendisjunkte Kreise enthalten muss. Gilt das auch, wenn $|E(G)| = |V(G)| + 3$ gilt? (5 Punkte)

Abgabe: Dienstag, den 15.10.2019, **vor** der Vorlesung.