Wintersemester 2016/17
Professor Dr. J. Vygen
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Algorithmische Mathematik I
7. Übung

1. Es sei S eine Menge mit n Elementen und $\mathcal{A} = \{A_1, \dots, A_n\}$ eine Menge von paarweise verschiedenen Teilmengen von S. Zeigen Sie, dass es dann ein $x \in S$ geben muss, für das auch die Mengen $A_i \cup \{x\}$ $(i = 1 \dots, n)$ paarweise verschieden sind. (5 Punkte)

   Hinweis: Betrachten Sie einen ungerichteten Graphen G mit Knotenmenge $\mathcal{A}$, in dem für jede Kante $\{A_i, A_j\}$ gilt: $|A_i \triangle A_j| = 1$. Wählen Sie den Graphen so, dass es für jedes $x \in S$ höchstens eine Kante $\{A_i, A_j\}$ mit $A_i \triangle A_j = \{x\}$ gibt.

2. Sei G ein Baum mit n Knoten und $n \geq 2$. Zeigen Sie:

   (a) G hat einen Knoten v, so dass keine Zusammenhangskomponente von $G - v$ mehr als $\frac{n}{2}$ Knoten enthält.

   (b) G hat genau $2 + \sum_{v \in V(G)} \max\{0, |\delta(v)| - 2\}$ Blätter. (3+3 Punkte)

3. Es sei G ein Baum und $A, B \subseteq V(G)$, $A \cap B \neq \emptyset$, so dass $G[A]$ und $G[B]$ Bäume sind. Zeigen Sie, dass $G[A \cap B]$ ein Baum ist. (4 Punkte)

4. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

   (a) Seien (V, F_1) und (V, F_2) zwei Branchings mit $2|F_1| < |F_2|$. Dann gibt es eine Kante $e \in F_2 \setminus F_1$, so dass $(V, F_1 \cup \{e\})$ ein Branching ist.

   (b) Die Aussage aus (a) wird falsch, wenn man die Bedingung „$2|F_1| < |F_2|$“ durch „$2|F_1| \leq |F_2|$“ ersetzt. (3+2 Punkte)

Öffnungszeiten des Help Desks: Dienstags, 13 – 16 Uhr und donnerstags, 10 – 13 Uhr, jeweils in Raum N1.002, Endenicher Allee 60, Nebengebäude.

Abgabe: Montag, den 5.12.2016, **vor** der Vorlesung.