Wintersemester 2014/15
Professor Dr. S. Hougardy
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Algorithmische Mathematik I
12. Übung

1. Zeigen Sie, dass man, wenn n Elemente mit Schlüsseln gegeben sind, in Zeit $O(n)$ einen Binärheap für diese Elemente aufbauen kann. (4 Punkte)

2. Sei G ein ungerichteter Graph mit Kantengewichten $c : E(G) \to \mathbb{R}$.
   Wie lassen sich die folgenden Probleme möglichst effizient lösen?

   (a) Sei $v \in V(G)$ ein Knoten. Gesucht ist ein aufspannender Baum, in dem v kein Blatt ist und der unter allen aufspannenden Bäumen, in denen v kein Blatt ist, minimales Gewicht hat.

   (b) Man bestimme die Menge aller Kanten $e \in E(G)$, für die es einen aufspannenden Baum T_e mit minimalem Gewicht gibt, so dass e in T_e enthalten ist.

   (c) Man bestimme einen aufspannenden zusammenhängenden Teilgraphen von G mit minimalem Gewicht.

   (d) Man bestimme einen aufspannenden Baum T für G, dessen maximales Kantengewicht minimal ist. (2+2+2+2 Punkte)

3. Beweisen oder widerlegen sie die folgende Aussage: Entfernt man aus einem zusammenhängenden ungerichteten Graphen mit Kantengewichten sukzessive eine schwerste Kante, deren Herausnahme nicht den Zusammenhang des Graphen zerstört, so bleibt am Ende ein minimal spannender Baum übrig. (4 Punkte)

4. Sei (G, c) eine Instanz des Minimum-Spanning-Tree-Problems, bei der $c(e) \neq c(e')$ für je zwei verschiedene Kanten e und e' gilt. Zeigen Sie, dass es dann nur eine optimale Lösung geben kann. (4 Punkte)

Abgabe: Montag, den 12.1.2015, **vor** der Vorlesung.