

## Algorithmische Mathematik I

### 10. Übung

1. Geben Sie ein Verfahren für das folgende Problem an: Zu einem gegebenen Baum  $T$  hat man Zeit  $O(|V(T)|)$  für ein Präprozessing. Danach soll, wenn zwei Knoten  $x$  und  $y$  von  $T$  gegeben sind, in Zeit  $O(\text{dist}_T(x, y))$  der  $x$ - $y$ -Weg in  $T$  ausgegeben werden. (4 Punkte)
2. Sei  $G = (V, E)$  ein einfacher ungerichteter Graph. Zeigen Sie, daß dann gilt:
  - a) Es gibt eine Aufteilung  $V = V_1 \cup V_2$  der Knotenmenge, so daß alle Knoten in  $G[V_1]$  und  $G[V_2]$  geraden Grad haben.
  - b) Es gibt eine Aufteilung  $V = V_1 \cup V_2$  der Knotenmenge, so daß alle Knoten in  $G[V_1]$  geraden Grad und alle Knoten in  $G[V_2]$  ungeraden Grad haben. (6 Punkte)
3. Das Komplement  $\bar{G}$  eines ungerichteten Graphen  $G$  ist der Graph mit  $V(\bar{G}) = V(G)$ , in dem zwei Knoten genau dann durch eine Kante verbunden sind, wenn sie es in  $G$  nicht sind. Geben Sie einen Algorithmus mit linearer Laufzeit an, der zu einem gegebenen Graphen überprüft ob sein Komplement bipartit ist. (5 Punkte)
4. Zeigen Sie, dass ein ungerichteter Graph  $G$  genau dann bipartit ist, wenn jeder Teilgraph  $H$  von  $G$  eine Menge  $X \subseteq V(H)$  von paarweise nicht benachbarten Knoten mit  $|X| \geq \frac{|V(H)|}{2}$  enthält. (5 Punkte)

Abgabe: Montag, den 15.12.2014, **vor** der Vorlesung.