Wintersemester 2013/14 Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Prof. Dr. J. Vygen Universität Bonn
Dr. U. Brenner

# Einführung in die Diskrete Mathematik
## 13. Übung

1. Betrachten Sie 3-OCCURRENCE-SAT, d.h. SATISFIABILITY eingeschränkt auf Instanzen, in denen jede Klausel höchstens drei Literale enthält und jede Variable in höchstens drei Klauseln vorkommt. Man beweise, dass dieses Problem *NP*-vollständig ist.

2. Das Entscheidungsproblem CLIQUE ist *NP*-vollständig. Ist es weiterhin *NP*-vollständig (unter der Annahme, dass $P \neq NP$), wenn es auf Instanzen beschränkt wird, in denen der Graph
   (a) bipartit ist?
   (b) 2-fach zusammenhängend ist?
   (c) eine Knotenüberdeckung der Kardinalität 3 besitzt?

3. Zeigen Sie, dass folgende Probleme *NP*-schwer sind:
   (a) Gegeben sei ein gerichteter Graph $G$. Man finde einen stark zusammenhängenden aufspannenden Subgraphen $H$ von $G$ mit möglichst wenigen Kanten.
   (b) Gegeben seien ganze Zahlen $c_1, \ldots, c_n, K, L$. Gibt es $K$ paarweise verschiedene Teilmengen $S_1, \ldots, S_K \subseteq \{1, \ldots, n\}$ mit $\sum_{j \in S_i} c_j \geq L$ für $i = 1, \ldots, K$?

4. Betrachten Sie folgendes Problem: Finde zu einem gegebenen Graph $G$ eine möglichst kleine Menge $X \subseteq V(G)$ mit $X \cup \Gamma(X) = V(G)$. Hier ist $\Gamma(X)$ wieder die Menge der Nachbarn von $X$. Man zeige, dass es für dieses Problem genau dann einen polynomiellen Algorithmus gibt, wenn $P = NP$ ist.

Abgabe: Dienstag, den 28.1.2014, vor der Vorlesung.