Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Einführung in die Diskrete Mathematik
9. Übung

1. Sei (G, u, s, t) ein Netzwerk. Der Wert v eines maximalen s-t-Flusses in (G, u) sei positiv. Betrachten Sie folgende Aussagen für eine Kante $e \in E(G)$ mit $u(e) > 0$:

   (a) Jede Verringerung von $u(e)$ bewirkt eine Verringerung von v.

   (b) Jede Vergrößerung von $u(e)$ bewirkt eine Vergrößerung von v.

   (c) Das Löschen von e verringert v mindestens so stark wie das Löschen jeder anderen Kante.

   (d) e gehört zu einem minimalen s-t-Schnitt.

   (e) e wird von jedem maximalen s-t-Fluß f saturiert (d.h. $f(e) = u(e)$).

   Welche dieser Aussagen sind äquivalent zueinander? Gilt bei nicht äquivalenten Paaren von Aussagen wenigstens eine der beiden Implikationen? (4 Punkte)

2. Eine Fluglinie will p Flüge auf unterschiedlichen Strecken mit möglichst wenigen Flugzeugen durchführen. Alle verwendeten Flugzeuge sollen dabei vom selben vorgegebenen Typ sein. Für jeden Flug sei der Abflugzeitpunkt a_i festgelegt und seine Flugdauer t_i bekannt($i = 1, \dots, p$). Ein Flugzeug benötigt r_{ij} Stunden, um nach der Landung am Zielpunkt von Flug i den Startpunkt von Flug j zu erreichen und dort einsatzbereit zu sein ($i, j = 1, \dots, p$). Wie kann man effizient eine optimale Lösung für dieses Problem finden? (4 Punkte)

3. Sei G ein gerichteter Graph mit Kantenkapazitäten $u : E(G) \to \mathbb{N}$. Wie kann man in polynomieller Zeit in G einen Schnitt mit minimaler Kapazität finden, der unter allen Schnitten mit minimaler Kapazität möglichst wenige Kanten enthält?
   Hinweis: Modifizieren Sie die Kantenkapazitäten auf geeignete Weise. (4 Punkte)

4. Sei (G, u, s, t) ein Flußnetzwerk, und seien $\delta^+(X)$ und $\delta^+(Y)$ minimale s-t-Schnitte in (G, u). Zeigen Sie, daß dann auch $\delta^+(X \cap Y)$ und $\delta^+(X \cup Y)$ minimale s-t-Schnitte in (G, u) sind. (4 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 13.12.2012, vor der Vorlesung.