

# Algorithmische Mathematik I

## 8. Übung

1. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

- a) Seien  $(V, E_1)$  und  $(V, E_2)$  zwei Wälder mit  $|E_1| < |E_2|$ . Dann gibt es eine Kante  $e \in E_2 \setminus E_1$ , so dass  $(V, E_1 \cup \{e\})$  ein Wald ist.
- b) Seien  $(V, F_1)$  und  $(V, F_2)$  zwei Branchings mit  $2|F_1| < |F_2|$ . Dann gibt es eine Kante  $e \in F_2 \setminus F_1$ , so dass  $(V, F_1 \cup \{e\})$  ein Branching ist.
- c) Die Aussage aus b) wird falsch, wenn man die Bedingung „ $2|F_1| < |F_2|$ “ durch „ $2|F_1| \leq |F_2|$ “ ersetzt. (3+2+2 Punkte)

2. Sei  $G$  ein zusammenhängender ungerichteter Graph,  $r \in V(G)$ , und  $T$  ein durch Tiefensuche ausgehend von  $r$  gefundener aufspannender Baum. Für  $u, v \in V(G)$  bezeichne  $P_{uv}$  den  $u$ - $v$ -Weg in  $T$ . Zeigen Sie: Für alle Kanten  $\{x, y\} \in E(G)$  gilt  $x \in V(P_{ry})$  oder  $y \in V(P_{rx})$ . (4 Punkte)

3. Zeigen Sie, dass man in linearer Zeit überprüfen kann, ob ein gegebener gerichteter Graph  $G$  stark zusammenhängend ist. (4 Punkte)

4. Zeigen Sie, wie man zu einem gegebenen ungerichteten Graph  $G$  mit  $n$  Knoten und  $m$  Kanten einen kürzesten Kreis in  $G$  in der Laufzeit  $O(nm)$  berechnen kann. (5 Punkte)

**Abgabe:** Dienstag, den 4.12.2012, **vor** der Vorlesung.

Öffnungszeiten des Help Desks: montags, 12 – 14 Uhr und freitags, 12 – 14 Uhr in Raum N1.002 und donnerstags, 18 – 20 Uhr **in Raum N0.003**.