Wintersemester 2012/13
Professor Dr. J. Vygen
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Algorithmische Mathematik I
7. Übung

1. Man kann die Quadratwurzel einer Zahl $a \geq 0$ auch mit dem Newtonverfahren angewandt auf $f(x) = 1 - \frac{a}{x^2}$ berechnen. Dabei können wir uns wieder auf Eingaben a und Startwerte x_0 mit $1 \leq a < 4$ und $1 \leq x_0 \leq 2$ beschränken.

   (a) Wie sieht eine Iteration dieses Verfahrens aus? Berechnen Sie x_1, x_2, x_3 für $a = 3$ und $x_0 = 1$.

   (b) Beweisen Sie, dass auch diese Variante quadratisch konvergiert.

   (c) Ist das Verfahren besser als das babylonische Wurzelziehen? (1+2+2 Punkte)

2. (a) Sei G ein Graph und $X \subseteq V(G)$. Zeigen Sie: X enthält genau dann eine ungerade Anzahl von Knoten mit ungeradem Grad in G, wenn $|\delta(X)|$ ungerade ist.

   (b) Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage: Wenn G ein ungerichteter Graph ist, in dem es genau zwei Knoten mit ungeradem Grad gibt, dann gibt es einen Weg zwischen diesen beiden Knoten. (2+2 Punkte)

3. Sei G ein Baum mit n Knoten und $n \geq 2$. Zeigen Sie:

   (a) G hat einen Knoten v, so dass keine Zusammenhangskomponente von $G - v$ mehr als $\frac{n}{2}$ Knoten enthält.

   (b) G hat genau $2 + \sum_{v \in V(G)} \max\{0, |\delta(v)| - 2\}$ Blätter. (3+2 Punkte)

4. Es sei S eine Menge mit n Elementen und $\mathcal{A} = \{A_1, \ldots, A_n\}$ eine Menge von paarweise verschiedenen Teilmengen von S. Zeigen Sie, dass es dann ein $x \in S$ geben muss, für das auch die Mengen $A_i \cup \{x\}$ $(i = 1 \ldots, n)$ paarweise verschieden sind. (6 Punkte)

   Hinweis: Betrachten Sie einen ungerichteten Graphen G mit Knotenmenge $\mathcal{A}$, in dem für jede Kante $\{A_i, A_j\}$ gilt: $|A_i \triangle A_j| = 1$.

Abgabe: Dienstag, den 27.11.2012, **vor** der Vorlesung.

Öffnungszeiten des Help Desks: montags, 12 – 14 Uhr und freitags, 12 – 14 Uhr in Raum N1.002 und donnerstags, 18 – 20 Uhr **in Raum N0.003**.