Wintersemester 2012/13
Professor Dr. J. Vygen
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Algorithmische Mathematik I
2. Übung

1. Es sei $z \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ eine Konstante. Zeigen Sie, dass dann gilt:
$$\sum_{i=1}^{n} i^z = \Theta(n^{1+z}).$$
(4 Punkte)

2. Für natürliche Zahlen b und k sei $W(b,k)$ die Menge aller Wörter der Länge k über dem Alphabet $\{1,\ldots,b\}$. Zeigen Sie, dass es eine bijektive Funktion φ von $\{1,\ldots,|W(b,k)|\}$ nach $W(b,k)$ gibt, so dass sich für alle $i \in \{1,\ldots,|W(b,k)|-1\}$ die Wörter $\varphi(i)$ und $\varphi(i+1)$ nur an genau einer Stelle unterscheiden. (5 Punkte)

3. Die Potenzmenge einer Menge X ist die Menge aller Teilmengen von X. Zeigen Sie, dass die Potenzmenge von $\mathbb{N}$ überabzählbar ist. (5 Punkte)
Hinweis: Verfahren Sie ähnlich wie im Beweis von Satz 1.18 der Vorlesung.

4. (a) Ersetzen Sie im Programm 1.20 (Collatz-Folge) aus der Vorlesung die Anweisung „`return 3 * n + 1;`“ durch „`return n + 1;`“ (Zeile 27).
Zeigen Sie, dass das Programm dann stets terminiert, und geben Sie (mit Hilfe der O-Notation) eine möglichst gute Schranke für die Zahl der Rechenschritte an.
(b) Was passiert, wenn Sie die obige Anweisung durch „`return n + 3;`“ ersetzen? Für welche Startwerte terminiert das Verfahren dann? Beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Antwort. (3+3 Punkte)

Abgabe: Dienstag, den 23.10.2012, **vor** der Vorlesung.

Öffnungszeiten des Help Desks: montags, 12 – 14 Uhr, donnerstags, 18 – 20 Uhr und freitags, 12 – 14 Uhr, jeweils in Raum N1.002.