Wintersemester 2011/12
Prof. Dr. S. Hougardy
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Einführung in die Diskrete Mathematik

9. Übung

1. Zeigen Sie, wie man zu einem gegebenen ungerichteten Graph G mit n Knoten und m Kanten einen kürzesten Kreis in G in Zeit $O(nm)$ berechnen kann. (4 Punkte)

2. Sei (G, u, s, t) ein Flußnetzwerk, und seien $\delta^+(X)$ und $\delta^+(Y)$ minimale s-t-Schnitte in (G, u). Zeigen Sie, daß dann auch $\delta^+(X \cap Y)$ und $\delta^+(X \cup Y)$ minimale s-t-Schnitte in (G, u) sind. (4 Punkte)

3. Sei (G, u, s, t) ein Flußnetzwerk. Der Wert v eines maximalen s-t-Flusses in (G, u) sei positiv. Betrachten Sie folgende Aussagen für eine Kante $e \in E(G)$ mit $u(e) > 0$:

   (a) Jede Verringerung von $u(e)$ bewirkt eine Verringerung von v.

   (b) Jede Vergrößerung von $u(e)$ bewirkt eine Vergrößerung von v.

   (c) Das Löschen von e verringert v mindestens so stark wie das Löschen jeder anderen Kante.

   (d) e gehört zu einem minimalen s-t-Schnitt.

   (e) e wird von jedem maximalen s-t-Fluss f saturiert (d.h. $f(e) = u(e)$).

   Welche dieser Aussagen sind äquivalent zueinander? Gilt bei nicht äquivalenten Paaren von Aussagen wenigstens eine der beiden Implikationen? (4 Punkte)

4. Sei G ein gerichteter oder ungerichteter Graph. Wir bezeichnen für zwei Knoten $s, t \in V(G)$ mit λ_{st} die maximale Anzahl paarweise kantendisjunkter s-t-Wege in G. Seien nun $x, y, z \in V(G)$ drei verschiedene Knoten und $\alpha, \beta \in \mathbb{N}$ mit $\alpha \leq \lambda_{xy}$, $\beta \leq \lambda_{xz}$ und $\alpha + \beta \leq \max\{\lambda_{xy}, \lambda_{xz}\}$. Zeigen Sie, daß es dann α x-y-Wege und β x-z-Wege gibt, so daß diese $\alpha + \beta$ Wege paarweise kantendisjunkt sind. (4 Punkte)

Abgabe: Dienstag, den 13.12.2011, vor der Vorlesung.