

Einführung in die Diskrete Mathematik

2. Übung

1. Sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender ungerichteter einfacher Graph mit $|V| \geq 2$. Zeigen Sie, daß G mindestens zwei Knoten enthält, die keine Artikulationsknoten sind, und daß Gleichheit genau dann gilt, wenn G ein Pfad ist. (4 Punkte)
2. Sei $G = (V, E)$ ein einfacher ungerichteter Graph. Zeigen Sie, daß dann gilt:
 - a) Es gibt eine Partition $V = V_1 \cup V_2$, so daß alle Knoten in $G[V_1]$ und $G[V_2]$ geraden Grad haben.
 - b) Es gibt eine Partition $V = V_1 \cup V_2$, so daß alle Knoten in $G[V_1]$ geraden Grad und alle Knoten in $G[V_2]$ ungeraden Grad haben. (4 Punkte)
3. Sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender Graph, $r \in V$ und $T \subseteq G$ ein durch Tiefensuche ausgehend von r gefundener spannender Baum. Für $u, v \in V$ bezeichne uTv den u - v -Weg in T . Zeigen Sie: Für alle Kanten $\{x, y\} \in E$ gilt $x \in rTy$ oder $y \in rTx$. (4 Punkte)
4. Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage:
Wenn G ein stark zusammenhängender gerichteter Graph ist, dessen zugrundeliegender ungerichteter Graph mindestens einen Kreis ungerader Länge enthält, dann enthält G auch einen gerichteten Kreis ungerader Länge. (4 Punkte)