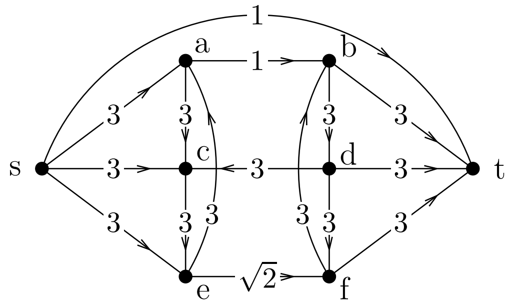
Wintersemester 2008/09
Prof. Dr. S. Hougardy
Dr. U. Brenner
C. Mohr

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Algorithmische Mathematik I

10. Übung

1. Zeigen Sie: Der Algorithmus von Ford-Fulkerson terminiert für irrationale Kapazitäten nicht notwendigerweise, und der Wert der berechneten Flüsse konvergiert nicht notwendigerweise gegen das Optimum.



   Zum Nachweis eignen sich im nebenstehenden Netzwerk die Wege p_1 := sabdceft, p_2 := sefbacdt und p_3 := scdfeabt in der Reihenfolge p_1, p_2, p_3, p_2 beliebig oft nacheinander. (10 Punkte)

2. Zeigen Sie, dass es stets eine Reihenfolge der augmentierenden Wege im Ford-Fulkerson-Algorithmus gibt, so dass der Algorithmus nach höchstens m Augmentierungen terminiert (wobei m die Zahl der Kanten des Netzwerks sei). (10 Punkte)

3. Gegeben sei eine $m \times n$-Matrix A mit Einträgen $0 \le a_{i,j} \le 1$. Die Einträge von A sollen so auf- oder abgerundet werden, dass die Zeilen- und Spaltensummen erhalten bleiben. Gesucht ist also eine $m \times n$-Matrix B mit Einträgen $b_{i,j} \in \{0, 1\}$, so dass für alle i und j gilt

$$r_i := \sum_{j=1}^{n} a_{i,j} = \sum_{j=1}^{n} b_{i,j}\,, \qquad c_j := \sum_{i=1}^{m} a_{i,j} = \sum_{i=1}^{m} b_{i,j} \qquad \text{und} \qquad a_{i,j} \in \{0,1\} \Rightarrow a_{i,j} = b_{i,j}\,.$$

   Geben Sie einen Algorithmus an, der eine solche Matrix B effizient berechnet oder feststellt, dass sie nicht existiert. (10 Punkte)
   (Hinweis: ganzzahliger maximaler Fluss)

4. Betrachten Sie den Floyd-Warshall-Algorithmus, und untersuchen Sie was passiert, wenn man die Reihenfolge der drei ineinandergeschachtelten Schleifen vertauscht: Arbeitet der Algorithmus auch dann noch korrekt, wenn die Schleife, die über k läuft, nicht mehr die äußere Schleife ist? (10 Punkte)

Abgabe: Mittwoch, den 14.1.2009, **vor** der Vorlesung.