Wintersemester 2007/08
Prof. Dr. S. Hougardy
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Einführung in die Diskrete Mathematik
5. Übung

1. Betrachte folgenden Algorithmus:

   EULERTOUR

   Eingabe: Ein zusammenhängender Eulerscher Graph $G = (V, E)$

   Ausgabe: Eine Eulerscher Spaziergang in G.

   ① Setze alle Kanten auf UNMARKIERT.
   Wähle $v_0 \in V$ beliebig, und setze $S = v_0$.
   RETURN S = EULER(v_0, E, S).

   EULER (v, E, S)
   WHILE(Es gibt unmarkierte Kante $\{v, w\} \in E$)
   {
   Markiere $\{v, w\}$.
   $S :=$ EULER(w, E, S).
   $S := v, \{v, w\}, S$.
   }
   RETURN S.

   Zeige, daß der Algorithmus korrekt arbeitet. (4 Punkte)

2. Sei G ein zusammenhängender ungerichteter einfacher Graph mit $|V(G)| \geq 3$. Zeige, daß G genau dann Eulersch ist, wenn jede Kante von G auf einer ungeraden Anzahl von Kreisen liegt. (4 Punkte)

bitte wenden

3. Der Liniengraph eines ungerichteten einfachen Graphen G ist definiert als der Graph $(E(G), F)$, wobei $F := \{\{e_1, e_2\} \mid e_1, e_2 \in E(G), |e_1 \cap e_2| = 1\}$. Sei nun G ein zusammenhängender ungerichteter einfacher Graph mit $|V(G)| \geq 3$. Finde eine (möglichst einfache) Bedingung dafür, daß der Liniengraph von G Eulersch ist. (4 Punkte)

4. Man zeige, daß K_n (der vollständige ungerichtete Graph auf der Knotenmenge $V(G) = \{1, \ldots, n\}$) n^{n-2} Spannbäume hat (wobei zueinander isomorphe Spannbäume nicht miteinander identifiziert werden). (4 Punkte)
Hinweis: Betrachte die folgende Zuordnung: Sei T ein Baum mit $V(T) = \{1, \ldots, n\}$ $(n \geq 3)$, v ein Blatt von T mit kleinstem Index und a_1 der Nachbar von v in T. Dann definiere rekursiv $a(T) := (a_1, \ldots, a_{n-2})$, wobei $(a_2, \ldots, a_{n-2}) := a(T - v)$.

Abgabe: Dienstag, den 20.11.2007, **vor** der Vorlesung.