Mathematische Optimierung I
Wintersemester 2003/2004
Abgabe: Dienstag, 13. Januar 2004, vor der Vorlesung

Übungsblatt 10

Aufgabe 44:
Sei A eine $m \times n$ Matrix mit linear unabhänigen Zeilen. Sei $\Delta \in \mathbb{R}_+$ so dass für jede nichtsinguläre Teilmatrix B von A alle Einträge von B^{-1} betragsmässig kleiner oder gleich Δ sind. Seien b' und b'' $m-$dimensionale Spaltenvektoren, so dass $\{x \mid Ax \leq b'\}$ und $\{x \mid Ax \leq b''\}$ nicht leer sind.
Zeigen Sie,dass zu jedem x' mit $Ax' \leq b'$ ein x'' mit $Ax'' \leq b''$ existiert, so dass

$$\|x' - x''\|_\infty \leq n\Delta \|b' - b''\|_\infty$$

gilt.

(10 Punkte)

Aufgabe 45:
Betrachten Sie das folgende Problem:
Gegeben sei eine Matrix $A \in \mathbb{Q}^{m \times n}$ und eine Vektor $b \in \mathbb{Q}^m$. Finde eine Vektor $x \in \mathbb{Q}^n$ mit $Ax = b$ oder entscheide, dass es keinen solchen Vektor gibt.
Beschreiben Sie formal aber ausführlich (analog zum Gausschen Eliminationsverfahen aus der Vorlesung) einen polynomiellen Algorithmus, der dieses Problem löst.
Zeigen Sie, dass es sich wirklich um einen polynomiellen Algorithmus handelt und dass die Größe jeder im Algorithmus auftretenden Zahl polynomiell in der Eingabegröße beschränkt ist.

(10 Punkte)

Aufgabe 46:
Zeigen Sie, dass das Gaussche Eliminationsverfahren als streng-polynomieller Algorithmus realisiert werden kann.

(10 Punkte)

Aufgabe 47:
Gegeben sei das lineare Programm $\max\{cx \mid Ax \leq b\}$, wobei A eine Matrix mit linear unabhänigen Zeilen ist. Ferner sei eine optimale Ecke x^* gegeben.
Zeigen Sie, wie man eine optimale Lösung des dualen LPs $\min\{yb \mid yA = c, y \geq 0\}$ mit Hilfe des Gausschen Eliminationsverfahrens erhalten kann.
Welche Laufzeit erhalten Sie?

(10 Punkte)