Sommersemester 2010 Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Prof. Dr. B. Korte Universität Bonn
Dr. U. Brenner

Kombinatorik, Graphen, Matroide
12. Übung

1. Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage: Ein Matroid ist genau dann ein transversales Matroid, wenn es die Vereinigung von Matroiden ist, deren Basen jeweils Kardinalität 1 haben. (4 Punkte)

2. Seien $(E, \mathcal{F}_1), \ldots, (E, \mathcal{F}_k)$ Matroide mit Rangfunktionen $r_1, \ldots, r_k$. Zeigen Sie, daß eine Menge $X \subseteq E$ genau dann partitionerbar ist, wenn $|A| \leq \sum_{i=1}^{k} r_i(A)$ für alle $A \subseteq X$ gilt. (4 Punkte)

3. Sei $(E, \mathcal{F})$ ein Matroid mit der Rangfunktion r. Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

   (a) $(E, \mathcal{F})$ hat genau dann k paarweise disjunkte Basen, wenn $kr(A) + |E \setminus A| \geq kr(E)$ für alle $A \subseteq E$ gilt.

   (b) In $(E, \mathcal{F})$ gibt es genau dann k unabhängige Mengen, deren Vereinigung gleich E ist, wenn $kr(A) \geq |A|$ für alle $A \subseteq E$ gilt. (4 Punkte)

4. In einem gegebenen ungerichteten Graphen G sollen die Kanten so mit einer möglichst kleinen Anzahl von Farben gefärbt werden, daß auf keinem Kreis alle Kanten dieselbe Farbe haben. Zeigen Sie, daß es für dieses Problem einen Algorithmus mit polynomieller Laufzeit gibt. (4 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 15.7.2010, vor der Vorlesung.