Sommersemester 2010 Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Prof. Dr. B. Korte Universität Bonn
Dr. U. Brenner

Kombinatorik, Graphen, Matroide
11. Übung

1. (a) Geben Sie ein Matroid an, dessen Rangfunktion (R3) nicht immer mit Gleichheit erfüllt.

   (b) Geben Sie ein Matroid an, dessen Rangfunktion (R3) immer mit Gleichheit erfüllt. (4 Punkte)

2. Es sei $(E, \mathcal{F})$ ein Matroid. Zeigen Sie, daß der BEST-IN-GREEDY jede Bottleneck-Funktion $c(F) = \min\{c(e) \mid e \in F\}$ über den Basen maximiert. (4 Punkte)

3. Seien $(E, \mathcal{F}_1), \ldots, (E, \mathcal{F}_k)$ Matroide, und sei $(E, \mathcal{F})$ ihre Vereinigung. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

   (a) Wenn $(E, \mathcal{F}_1), \ldots, (E, \mathcal{F}_k)$ uniforme Matroide sind, dann ist auch $(E, \mathcal{F})$ uniform.

   (b) Wenn $(E, \mathcal{F}_1), \ldots, (E, \mathcal{F}_k)$ graphische Matroide auf einem schlichten Graphen sind, dann ist auch $(E, \mathcal{F})$ graphisch. (4 Punkte)

4. Sei E eine endliche Menge und $\mathcal{B} \subseteq 2^E$. Zeigen Sie, daß $\mathcal{B}$ genau dann die Menge der Basen eines Matroids ist, wenn die folgenden drei Eigenschaften erfüllt sind:

   (B1) $\mathcal{B} \neq \emptyset$

   (B2)' Für $B_1, B_2 \in \mathcal{B}$ und $x \in B_1$ gibt es ein Element $y \in B_2$, so daß $(B_1 \setminus \{x\}) \cup \{y\} \in \mathcal{B}$.

   (B3) Für $B_1, B_2 \in \mathcal{B}$ gilt $B_1 \subseteq B_2 \Rightarrow B_1 = B_2$. (4 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 8.7.2010, vor der Vorlesung.