

Kombinatorik, Graphen, Matroide

4. Übung

1. Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke durch partielle Summation (im Ergebnis darf die harmonische Zahl H_n vorkommen, alle anderen Terme sollen durch eine konstante Anzahl von Rechenoperationen zu berechnen sein):

(a) $\sum_{k=0}^n k^2 2^k$.

(b) $\sum_{k=1}^n \frac{2k+1}{k(k+1)}$. (4 Punkte)

2. Sei $\phi(n)$ die Anzahl der zu n teilerfremden Zahlen k mit $1 \leq k \leq n$. Beweisen Sie, daß $\phi(n) = n \left(1 - \frac{1}{p_1}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{p_t}\right)$ gilt, wobei p_1, \dots, p_t die verschiedenen Primteiler von n sind. (4 Punkte)

3. Für $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ sei $\Lambda(n)$ die Zahl der Graphen auf der Knotenmenge $\{1, \dots, n\}$, in denen kein Knoten Grad 0 hat. Geben Sie eine Formel zur Berechnung von $\Lambda(n)$ an. (4 Punkte)

Abgabe: Dienstag, den 11.5.2010, der Vorlesung.

Weiterer Hinweis:

Vom 25.-27.Juni finden hier in Bonn die deutschen Fußballmeisterschaften der Mathematiker statt. Solltest Du Lust haben als Spieler, Helfer oder Organisator dabei zu sein, dann schaue einfach auf www.dfmdm2010.de vorbei und schreibe eine Mail an info@dfmdm2010.de. Wir freuen uns auf Dich!